

Potência e Energia de um sinal

Fonte: www.gaussianwaves.com/2013/12/power-and-energy-of-a-signal/

Energia de um sinal:

Definindo o termo “tamanho do sinal”:

No processamento de sinais, geralmente um sinal é visto como uma função do tempo. O termo "tamanho de um sinal" é usado para representar a "força do sinal". É importante saber o "tamanho de um sinal" utilizado numa determinada aplicação. Por exemplo, podemos estar interessado em saber a quantidade de eletricidade necessária para alimentar um monitor LCD (display de cristal líquido) ao invés de um monitor CRT (tubos de raios catódicos). Ambas as aplicações são diferentes e têm diferentes tolerâncias. Assim, a quantidade de eletricidade controlando estes dispositivos também deve ser diferente.

O tamanho de um determinado sinal pode ser medido de muitas formas. Dada uma função matemática (ou um sinal equivalente), a área sob a curva descrita pela função matemática é uma boa medida do tamanho do sinal. Um sinal pode ter amplitudes (valores, ordenadas) positivas e negativas. Isso pode resultar áreas negativas. Devido a este efeito, é possível que os valores calculados anulem-se mutuamente, total ou parcialmente, tornando o resultado final incorreto. Assim, a métrica da "área sob a curva" não é adequada para definir o "tamanho de um sinal". Agora, ficamos com duas opções:

- 1) Cálculo da área sob o valor absoluto da função, ou
- 2) Cálculo da área sob o quadrado da função.

A segunda opção é preferida por ser mais tratável matematicamente e a sua semelhança com a norma euclidiana, a qual é utilizada em técnicas de detecção de sinal (obs.: norma euclidiana, também conhecida por norma L2 ou norma-2 [1] – supondo que ela forneça uma medida razoável da distância entre dois pontos no espaço de sinais, é calculada como a distância euclidiana na teoria de detecção). Considerando a segunda alternativa, o cálculo da área sob o quadrado da função é a energia de um sinal complexo no tempo contínuo $\mathbf{x}(t)$ é definida como:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

Se o sinal $x(t)$ é real, o operador módulo na equação anterior não precisa ser usado.

E_x é chamada de “Energia” em termos de processamento de sinais, e é também uma medida da força do sinal. Esta definição pode ser aplicada para qualquer sinal (ou vetor) não sendo importante se ele possui realmente energia (uma propriedade quantitativa básica como descrita pela física) ou não. Se o sinal está associado com alguma energia física, então a definição anterior dá o conteúdo de energia no sinal. E se for um sinal elétrico, então a definição anterior dá o total de energia do sinal (em Joules) dissipada (convertida) por um resistor de 1Ω .

Energia Real – quantidade física:

Para saber a energia real do sinal, E , deve-se conhecer o valor da carga Z que o sinal está alimentando e também a natureza do sinal elétrico (tensão ou corrente). Para um sinal de tensão, a equação anterior tem que ser escalada por um fator $1/Z$:

$$E = \frac{E_x}{Z} = \frac{1}{Z} \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

Se a natureza do sinal for corrente, então:

$$E = Z.E_x = Z \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

onde Z é a impedância alimentada pelo sinal $\mathbf{x(t)}$, e E_x é a energia do sinal (em termos de processamento de sinais) e E é a energia do sinal (quantidade física) aplicada à carga Z .

Energia no domínio discreto:

No domínio discreto, a energia do sinal é calculada por:

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

A energia é finita se o somatório converge para um valor finito. Isto implica na necessidade do sinal ser quadraticamente somável. Tal sinal é chamado de sinal de energia finita, ou simplesmente, de sinal energia.

O que acontece se o sinal dado não diminuir com o tempo (como em uma onda senoidal que se repete indefinidamente)? A energia será infinita e tal sinal não será quadraticamente somável. Precisamos de outra quantidade mensurável para contornar esse problema. Isso nos leva à noção de “Potência”.

Potência:

Potência é definida como a quantidade de energia consumida (convertida) por unidade de tempo. Esta quantidade é útil se a energia do sinal tende ao infinito ou o sinal não é quadraticamente somável. Para sinais que não são quadraticamente somáveis, a potência é calculada por um instantâneo do sinal em um intervalo específico de tempo, como se segue:

1. Faça um instantâneo (foto) do sinal durante um período finito de tempo.
2. Calcule a energia do sinal, E_x .
3. Divida a energia pelo número de amostras N , usadas no cálculo de E_x .
4. Estenda o limite do número de amostras para infinito, $N \rightarrow \infty$. Isto resulta na potência total do sinal.

No domínio discreto, a potência total do sinal é dada por:

$$P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2$$

As equações seguintes são formas diferentes do mesmo cálculo encontradas em muitos livros. A única diferença é o número de amostras usadas no cálculo.

$$P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N-1} |x[n]|^2$$

$$P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$$

$$P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N_1 - N_0 + 1} \sum_{n=N_0}^{N_1} |x[n]|^2$$

Classificação de Sinais:

Um sinal pode ser classificado de acordo com o seu conteúdo de potência ou energia. Sinais com energia finita são sinais de energia, e sinais com potência finita e não nula são sinais de potência.

Sinal de Energia:

Um sinal de energia finita tem potência total nula. Quando a energia é finita, a potência total será nula. Verifique o denominador na equação para calcular a potência total. Quando no limite $N \rightarrow \infty$, a energia dilui para zero em um tempo infinito, a potência torna-se nula.

Sinal de Energia:

Um sinal de energia finita tem potência total nula. Quando a energia é finita, a potência total será nula. Verifique o denominador na equação para calcular a potência total. Quando no limite $N \rightarrow \infty$, a energia dilui para zero em um tempo infinito, a potência torna-se nula.

Sinal de Potência:

Sinais em que a potência total é finita e não nula. A energia do sinal de potência será infinita. Exemplo: sequências periódicas como senóides. Um sinal senoidal tem potência finita e não nula, e energia infinita.

Um sinal não pode ser ao mesmo tempo de energia e de potência.

Sinal Nem de Energia e Nem de Potência:

Sinais também podem ser do tipo nem de energia e nem de potência. Considere um sinal com amplitude crescente definido por:

$$x[n] = n$$

Para tal sinal, tanto a energia quanto a potência serão infinitas. Portanto, ele não pode ser classificado com sinal de energia ou de potência.

[Cálculo da potência e verificação via Matlab.](#)

[Para detalhes sobre valor RMS de um sinal \(outra medida para a força do sinal\)](#)

Referências:

[1] [Sanjay Lall, "Norm and Vector spaces", Information Systems Laboratory, Stanford University](#)

Traduzido por: Prof. Cláudio A. Fleury, Mai/2016.